Typifizierung mittels Kohonen Merkmalskarten

MONIKA SESTER[1]

Zusammenfassung: Das Problem der Typifizierung besteht darin, eine Gruppe gleichartiger Objekten dadurch zu generalisieren, dass sie wiederum durch eine Objektgruppe ersetzt wird, die allerdings aus weniger Objekten besteht. Die Reduktion der Anzahl der Objekte muss zudem derart erfolgen, dass die räumliche Verteilung der Objekte erhalten bleibt. Es wird ein Verfahren vorgestellt, welches auf einer Neuronale Netz-Technik beruht, den selbstorganisierenden Karten (SOM), oder auch Kohonen Merkmalskarten. Anhand des Beispiels der Typifizierung punktförmiger Objekte wird die Leistungsfähigkeit des Verfahrens demonstriert.

Summary: Typification denotes the problem of reducing the number of objects in a spatial situation, while preserving their spatial distribution. In the paper a method is presented that is based on self organizing maps (SOM) or Kohonen Feature Maps. The background of the method is described; several examples are given to verify the suitability of the approach for the typification of point objects. A discussion and outlook concludes the paper.

1 Einführung und Übersicht

Ein Problem der Generalisierung, für welches bislang nur sehr wenige automatische Ansätze bekannt sind, ist die Typifizierung. Speziell bei größeren Maßstabsübergängen wird dieses Problem relevant: eine Gruppe von gleichartigen Objekten soll durch eine ebensolche ersetzt werden, wobei die Anzahl der Objekte reduziert werden, ihre räumliche Verteilung allerdings erhalten bleiben muss. Typifizierung ist eine Operation, die für alle geometrischen Objekte benötigt wird, d.h. für Punkte, Linien und Flächen.
Im folgenden wird ein Verfahren zur Typifizierung vorgestellt, welches aus der Künstlichen Intelligenz stammt: selbstorganisierende Karten (self organizing maps – SOM). Diese haben die Fähigkeit, sich in einer Trainingsphase entsprechend vorgegebener Trainingsdaten zu verteilen und räumlich auszurichten. Diese Eigenschaft kann für die Typifizierung punktförmiger Objekte ausgenutzt werden.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt: zunächst erfolgt ein Überblick über verwandte Arbeiten. Danach wird ein kurzer Überblick über die Grundlagen der selbstorganisierenden Karten gegeben, bevor ihre Anwendung für die Typifizierung beschrieben wird. Verschiedene Beispiele belegen die Nützlichkeit des Verfahrens. Eine Bewertung, sowie eine Zusammenfassung und Ausblick auf weitere Arbeiten beschließen den Aufsatz.

[1] Prof. Dr.-Ing. habil. Monika Sester, Institut für Kartographie und Geoinformatik, Universität Hannover, Appelstraße 9a, 30167 Hannover, monika.sester@ikg.uni-hannover.de

2 Verwandte Arbeiten

Werden größere Maßstabsunterschiede überbrückt, so ist eine Reduktion der Anzahl der Objekte unumgänglich. Ein Maß für die Reduktion von Objekten beim Maßstabsübergang ist durch das Töpfer'sche Wurzelgesetz gegeben. Eine weitere Möglichkeit ist das Erhalten des Schwarz-Weiß-Verhältnisses, d.h. des Verhältnisses von Vorderund zu Hintergrund. Diese Maße geben aber nicht an, *welche* Objekte selektiert werden sollen. Die Reduktion soll nicht zufällig geschehen, sondern derart, dass die typische räumliche Struktur erhalten bleibt, etwa folgende Eigenschaften: eine typische Punktverteilung, Flächenanordnung, oder Verhältnisse von groß und klein. Eine Häuserreihe, in der eine Baulücke steht, soll diese 'Unterbrechung' auch noch nach der Generalisierung aufweisen, genauso wie eine Serpentinen-Straße ihre Kurvigkeit beibehalten soll. Im Bereich der Generalisierung von Verkehrswegen oder -netzen ist es die Topologie, die erhalten bleiben muss. Dazu sind prinzipiell diese spezifischen Eigenschaften zunächst zu erkennen: es müssen homogene Objektgruppen identifiziert werden.

Zur Typisierung von punktförmigen Objekten wie Festpunkten, Brunnen, Bohrlöchern, etc. schlägt Töpfer [1976] vor, jeweils eine gewisse Anzahl von Objekten zu sog. 'Kleinkomplexen' zusammenzufassen, aus welchen ein repräsentatives Objekt ausgewählt wird. Kritisch ist hier jedoch, dass hier eine Vorabsortierung der Objekte durchgeführt werden muss, welche die spätere Selektion beeinflusst. Für die Typifizierung flächenhafter natürlicher Objekte nutzen Müller & Wang [1992] eine Kombination von Vergrößern und Verkleinern, welche das Ziel hat, große Strukturen zu erhalten, während kleine eliminiert werden – sofern sie nicht exponiert sind. Sie erreichen dies durch Anwendung von morphologischen Operatoren, welche Objekte entsprechend ihrer Größe unterschiedlich behandeln: große Objekte werden betont, während kleine verkleinert werden.

Regnauld [1996] widmet sich der Typifizierung von Häuserreihen. Ausgangspunkt und Voraussetzung dieses Ansatzes ist, dass die Gebäude linear angeordnet sind – eine phänomenologische Eigenschaft, die durch die typische Anlage von Gebäuden längs von Straßen begründet ist, die ihre Erreichbarkeit zu ermöglicht. Er ermittelt zunächst die Struktur der Szene, um anschließend gezielt vereinfachen zu können. Die Struktur drückt sich in diesem Fall in der Nachbarschaft aus. Gruppen von Gebäuden mit ähnlichen Nachbarschaftswerten (Abständen) werden über einen Graph-Theoretischen Ansatz (minimaler Spannbaum) ermittelt. Innerhalb der Gruppen werden bedeutende (bezüglich Typ, Form oder Größe) Objekte erhalten, die anderen entsprechend dem verfügbaren Raum neu platziert. Nachteil dieses Verfahrens ist die Tatsache, dass es nur im Eindimensionalen konzipiert ist – nur lineare Strukturen von Häuserreihen werden typifiziert. Anders & Sester [2000] schlagen ein Verfahren vor, welches zunächst eine unüberwachte Clusteranalyse durchführt. Innerhalb der gefundenen Cluster können anschließend Objekte eliminiert und mittels einer lokalen Adaption optimal platziert werden.

Die Schwierigkeit dieser Verfahren liegt in der Notwendigkeit der Erkennung der zugrundeliegenden Struktur: erst wenn diese bestimmt ist, kann die Selektion und gegebenenfalls Neuplatzierung der Objekte erfolgen. Dieser erste Schritt ist ein Interpretationsproblem, welches stark kontext-abhängig ist. Das im folgenden beschriebene Verfahren der Nutzung von SOM für die Typifizierung bedarf dieser Strukturerkennung nicht.

3 Selbstorganisierende Karten (SOM) – Kohonen Merkmalskarten

3.1 Allgemeines zu selbstorganisierenden Karten

Selbstorganisierende Karten [Kohonen 1982] gehören zur Klasse der Neuronalen Netze und damit zu den Lernverfahren, speziell zur Gruppe der unüberwachten Verfahren. Neuronale Netze sind generell gekennzeichnet durch eine Sammlung von elementaren Einheiten, den Neuronen, welche miteinander in Verbindung stehen. Ein Zielzustand wird erreicht, indem die Gewichte der Verbindungen in einem Trainingsvorgang verändert werden. Bei üblichen Neuronalen Netzen wie dem Hopfield-Netz oder dem Backpropagation Netz [Rumelhard & McClelland, 1986] kommt es lediglich auf die Verbindungen zwischen den Neuronen an – die Position der Neuronen spielen keine Rolle. Bei selbstorganisierenden Karten ist diese räumliche Anordnung relevant. Die Ähnlichkeiten der Eingangssignale werden in Lagerelationen der Neuronen umgesetzt: ähnliche Signale werden von räumlich benachbarten Neuronen beantwortet [Ritter, Martinetz & Schulten 1990].

SOM können ausgenutzt werden, um eine topologieerhaltende Verteilung von Punkten (Objekten) durchzuführen. Ausgangspunkt ist ein *m*-dimensionaler Eingangsraum mit Reizen, sowie eine neuronale Schicht – der Kartenraum – der Dimension *d*, bestehend aus miteinander verbundenen Neuronen. Die Neuronen besitzen durch ihre Gewichte eine Position im Eingaberaum, welche sich iterativ den Reizen anpasst. Wichtiges Merkmal dieses Ansatzes ist die Vernetzung: ein Neuron spricht auf einen Reiz an und ändert darauf seine Gewichte, d.h. seine Position, in Richtung auf den Reiz. Allerdings bewirkt dies nun auch eine Änderung der Gewichte seiner Nachbarn, die sich ebenfalls auf den Reiz zu bewegen. Dies hat letztendlich den Effekt, dass sich an räumlichen Positionen mit vielen Reizen auch entsprechend viele Neuronen anlagern. Gebiete mit höherer Reizdichte können somit besser aufgelöst werden.

Ist der Raum der Reize von höherer Dimensionalität als der Kartenraum, so versucht die Karte den höherdimensionalen Raum möglichst gut durch eine 'Faltung' abzubilden. Eine eindimensionale Neuronenkette wird beispielsweise auf eine 2D-Karte abgebildet, indem sich die Kette in Form eine Peano-Kurve anordnet. Auf diese Weise kann auch eine Lösung für das Travelling Salesman Problem gefunden werden. Merkmalskarten stellen generell eine Möglichkeit dar, eine Merkmalstransformation durchzuführen [Kohonen 1982]. Weitere Anwendung ist die Robotersteuerung [Ritter et al. 1990] und die Bildverarbeitung: Doucette, Agouris, Musavi & Stefanidis [1999] schlagen vor, Merkmalskarten für die Extraktion linienhafter Strukturen in Bildern zu finden. Bayer [1995] zeigt verschiedene Anwendungen von Merkmalskarten, insbesondere auch die Möglichkeit der Approximation von 3D-Oberflächen. Für die Typifizierung können SOM eingesetzt werden, da sie die Fähigkeit haben, die Dichte im Eingaberaum zu approximieren.

3.2 Grundlagen des Lernens von Kohonen Merkmalskarten

Die folgenden Ausführungen orientieren sich an [Ritter et al. 1990]. Gegeben ist ein Eingaberaum E der Dimension *m* mit Reizen *x*, sowie ein Kartenraum A der Dimension *d* mit Neuronen, wobei *d* üblicherweise ein- oder zweidimensional ist. Jedes Neuron im Kartenraum wird durch ein Tupel $U = (w,p)$ beschrieben, d.h. einem Ge-

wicht *w* aus E und einer Position *p* aus A. Aus der Position *p* können die Nachbarn des Neurons bestimmt werden. Das Gewicht *w* gibt somit an, auf welchen Reiz das Neuron am stärksten reagiert.

Der Algorithmus lässt sich wie folgt beschreiben:

- Stimuluswahl: Aus der Menge der Reize im Eingangsraum wird zufällig ein Reiz *v* ausgewählt, er „feuert".
- Response: Es wird das Neuron U_c bestimmt, dessen Gewicht dem Reiz am ähnlichsten ist. Ähnlichkeit wird hier durch räumliche Nähe definiert. Dies kann durch Berechnung der euklidischen Distanz zwischen dem Reiz und allen anderen Neuronengewichten ermittelt werden: $|v - w_c| \leq |v - w_r| \quad \forall\, r \in A$.
- Anschließend werden die Gewichte des Neurons sowie der Neuronen seiner Umgebung angepasst, so dass die Gewichte dem Reiz ähnlicher werden. $w_r^{neu} = w_r^{alt} + \mu h\left(v - w_r^{alt}\right)$; wobei diese Adaption von einer mit der Anzahl der Lernschritte abnehmenden Lernrate μ, sowie der lokalen Umgebung des Neurons *h* abhängt.
- Diese Lernschritte werden iterativ ausgeführt, bis ein Abbruchkriterium erreicht ist.

Abbildung 1 verdeutlicht dies anhand einer eindimensionalen Situation: ein Reiz (oben) stimuliert die Neuronen, wobei das mittlere Neuron, dessen Gewicht (Position) dem Reiz am nächsten ist, sein Gewicht am stärksten auf den Reiz hin adaptiert. Seine Nachbarn ändern ihre Gewichte ebenfalls, jedoch in geringerem Maße. Die Stimulation mit diesem Reiz bewirkt schließlich, dass sich die Neuronenkette auf den Reiz zu bewegt.

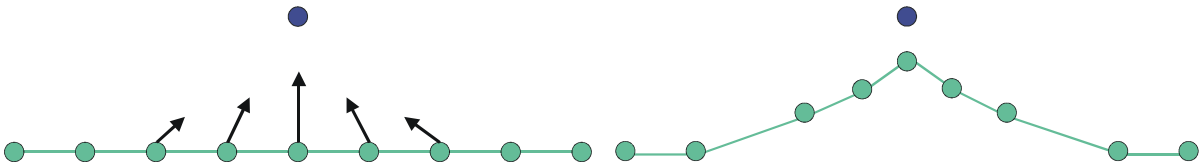

Abbildung 1: *Links: Reiz (oben) feuert. Rechts: die Neuronenkette bewegt sich auf den Reiz zu.*

Im Laufe der Iterationen verringern sich die Verschiebungsmöglichkeiten, mit dem Ziel einer zunehmenden Einstellung auf den Endzustand. Steuerparameter hierfür sind die Lernrate μ, sowie die Erregungsantwort *h*, welche von der lokalen Umgebung abhängt und die Gewichtung des Gewinner-Neurons und seiner Nachbarn in Abhängigkeit der Anzahl der Iterationen beschreibt.

3.3 Anwendung für die Typifizierung

Die Fähigkeit SOM, die Dichte im Eingaberaum zu approximieren, kann für die Typifizierung ausgenutzt werden. Ausgangspunkt sind gleichartige, punktförmige Objekte, sowie das Maß der Reduktion, welches für einen Maßstabsübergang erforderlich ist.

Die ursprüngliche räumliche Situation stellt den Eingaberaum ***E***, d.h. die Reize, dar. Er ist – für den hier behandelten Fall der 2D-Daten – von der Dimension *m=2*. Als Kartenraum ***A*** wird eine reduzierte Objektverteilung gewählt, sie ist damit auch von der Dimension *d=2*. Die Anzahl der Objekte im Kartenraum wird über einen vorge-

gebenen Reduktionsfaktor bestimmt (z.B. Töpfer-Regel); die Objekte werden zufällig ausgewählt. Damit setzt sich der Kartenraum der Neuronen aus einem gewissen Prozentsatz der Objekte des Eingaberaums zusammen. Im Verlauf der Adaption der Karte werden die reduzierten Objekte derart verteilt, dass sie die Struktur (Dichte, Verteilung) der ursprünglichen Objekte wiedergeben. Ihre Gewichte (Positionen) werden hier direkt übernommen, da hier schon sehr gute a priori Information über die Positionen vorliegt. Auch ihre Topologie liegt fest: Die Nachbarschaft ergibt sich durch eine Delaunay-Triangulation. In diesem Falle werden nur die nächsten Nachbarn der Objekte mit einbezogen. Dies legitimiert sich dadurch, dass die Näherungswerte schon sehr genau sind und sich die Objekte schon nahe an ihrer Zielposition befinden. Ist dies nicht der Fall, so müssen größere Nachbarschaften einbezogen werden. Zusätzlich geht im Updateschritt auch noch die Distanz des Gewinnerneurons zu seinen Nachbarn mit ein. Hiermit wird erreicht, dass Objekte, die in der Nähe sind, stärker berücksichtigt werden als weit entfernte Nachbarn.
Im Folgenden soll die Arbeitsweise des Verfahrens zunächst anhand von eines kleinen Beispiels verdeutlicht werden. In den Abbildungen sind die Reize als dunkle Punkte dargestellt, während die Neuronen durch helle Kreise visualisiert werden.

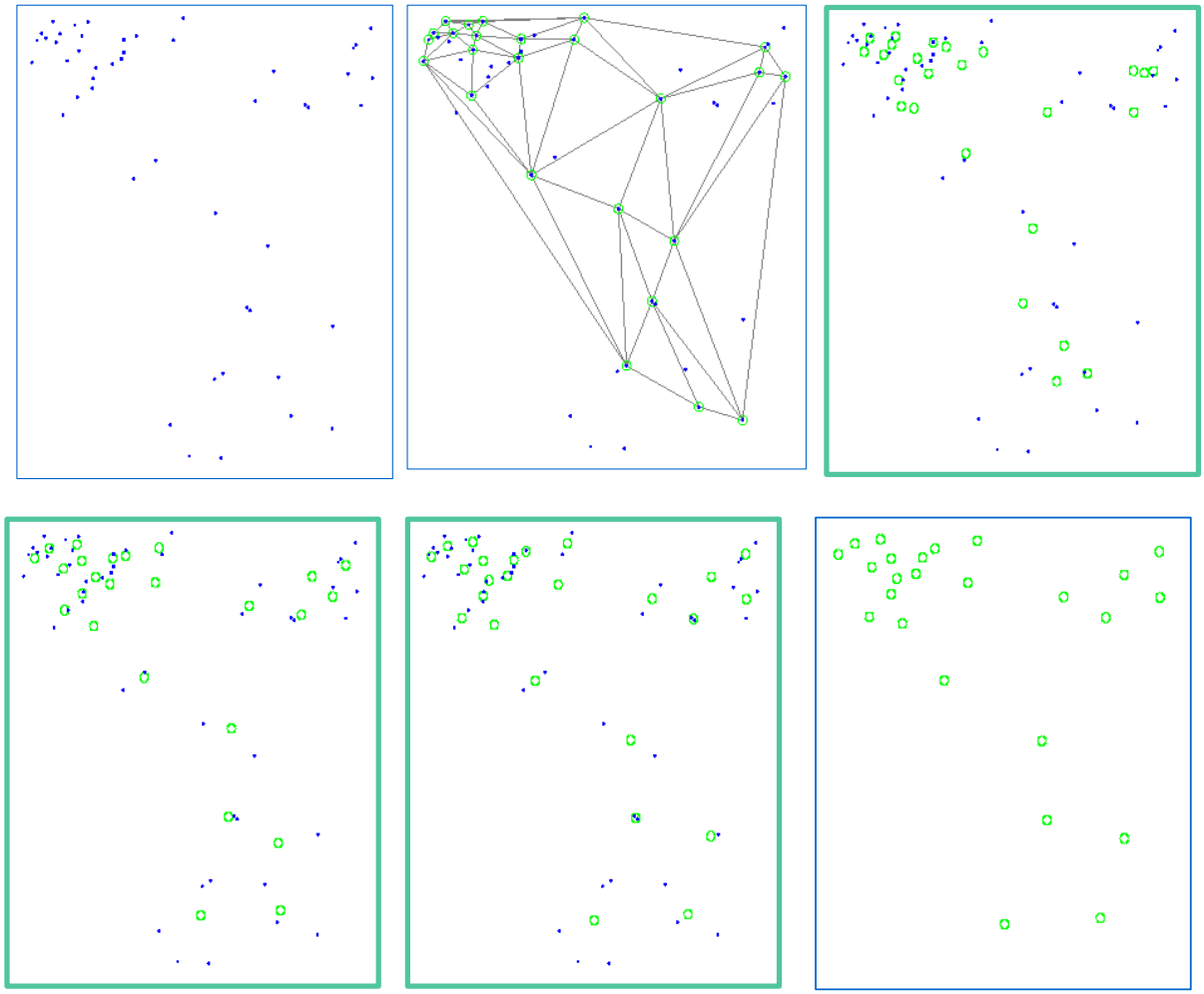

Abbildung 2: *Eingangs- und Ausgangskarte, Reduktionsfaktor 50%: Triangulation der ausgewählten Neuronen zur Bestimmung der Nachbarschaft, sukzessive Adaption, sowie Ergebnis des Lernverfahrens (unten rechts); Reize: dunkle Punkte, Neuronen: helle Kreise.*

Abbildung 2 links oben, zeigt eine zufällige Struktur von punktförmigen Objekten. Zunächst wird ein gewisser Prozentsatz an Objekten selektiert, hier 50%, die die Neuronen darstellen. Diese werden durch eine Delaunay-Triangulation vermascht (oben, Mitte) wodurch ihre Nachbarschaft festliegt. Deutlich zeigt sich in der folgenden Sequenz der Abbildungen, wie die Neuronen sich während des Trainings zunächst stark auf die Mitte zu bewegen, um die Grobstruktur der Karte auszubilden. In späteren Lernschritten erfolgt die lokale Anpassung an die ursprünglichen Reize. Als Ergebnis stellt sich die Situation in Abbildung 2, unten rechts, ein. Es zeigt, wie die Dichteverhältnisse der ursprünglichen Situation durch die Typifizierung deutlich beibehalten werden: sowohl die hohe Objektdichte im Bereich links oben, als auch die weiteren Cluster werden mit reduzierter Objektanzahl angemessen wiedergegeben.

3.4 Typifizierung von Gebäudedatenbeständen

Zur Bearbeitung von Siedlungsstrukturen müssen die Gebäude zunächst von einer flächenhaften Struktur in eine punktförmige Gestalt überführt werden, indem sie durch ihre Zentroide approximiert werden.

Das erste Beispiel zeigt eine Situation, in der primär lineare Strukturen vorliegen (Abbildung 3), welche Häuserreihen darstellen. Die zufällige Reduktion auf 70% der Objekte führt zur Ausgangssituation links oben. Im Laufe der Iterationen passen sich die Neuronen an die Reize an, wobei sowohl die lineare Struktur als auch die unterschiedlichen Dichteverhältnisse sehr schön erhalten bleiben.

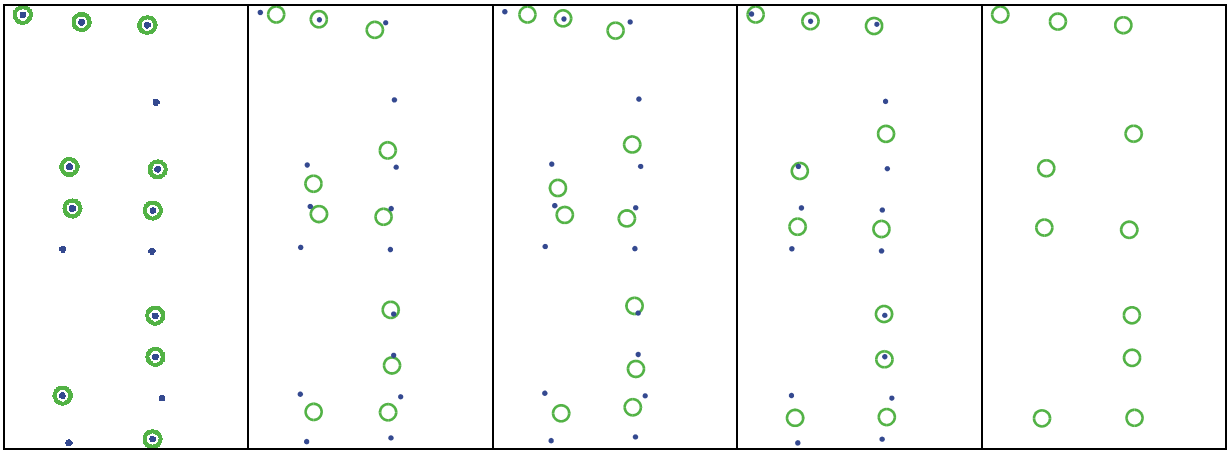

Abbildung 3: *Typifizierung einer primär linearen Struktur. Reduktion auf 70%.*

Das zweite Beispiel zeigt die Typifizierung eines größeren Datenbestandes. Dieser Datensatz wurde auf unterschiedliche Prozentsätze reduziert. Die Ausgangssituation und das Ergebnis sind in Abbildung 4 für unterschiedliche Reduktionsfaktoren wiedergegeben. Trotz zunehmender Reduktion der Anzahl der Objekte ist durch die Typifizierung die zugrundeliegende Struktur immer noch sehr deutlich zu erkennen: die relativen Dichten in den jeweiligen Stadtgebieten bleiben in allen Reduktionsstufen sehr schön erhalten.

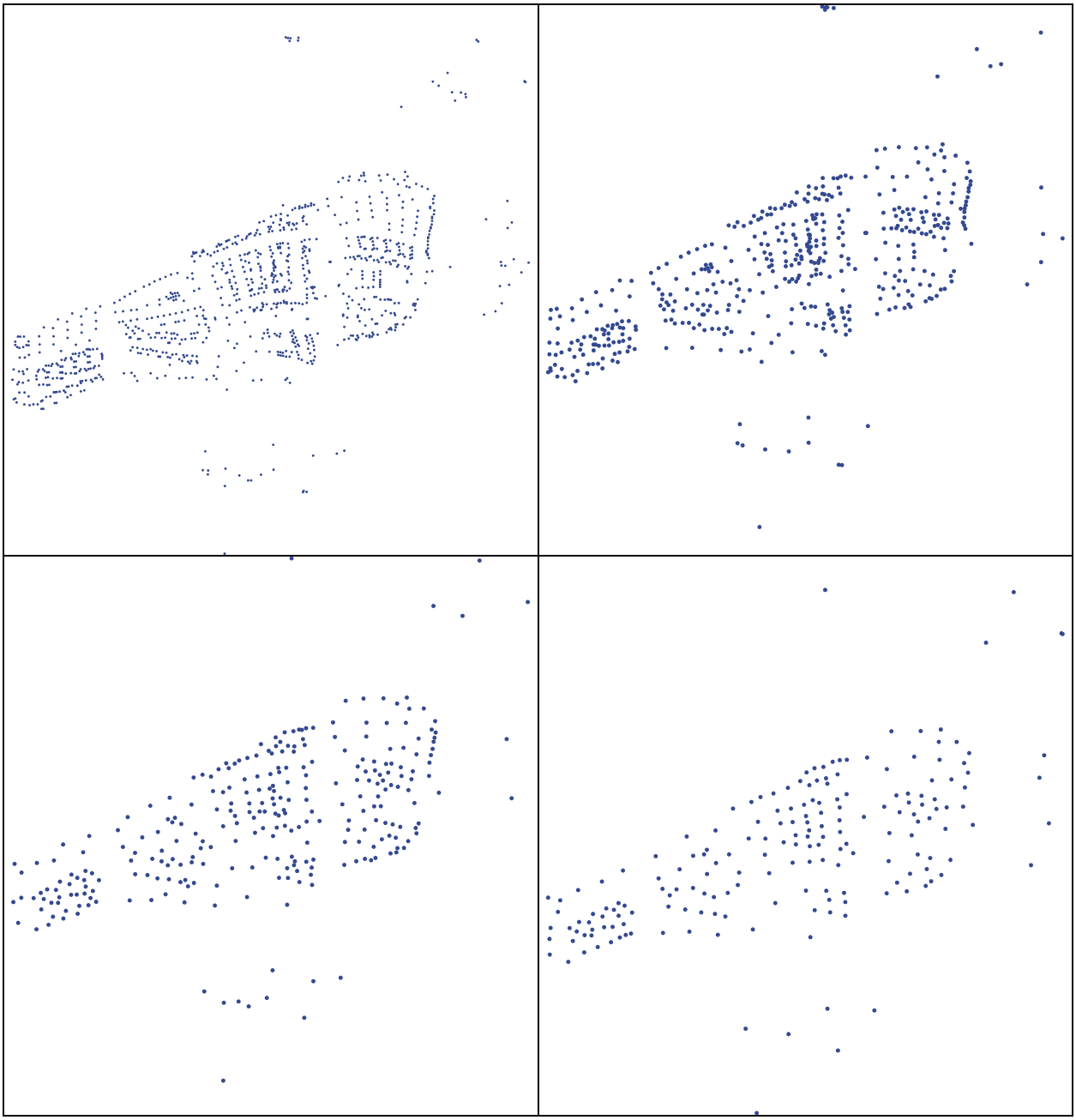

Abbildung 4: *Reduktion eines größeren Gebäudedatenbestandes: ursprüngliche Situation (oben links), Reduktion auf 50% (oben rechts), Reduktion auf 30% (unten links), Reduktion auf 20% (unten rechts).*

3.5 Bewertung

Alle Beispiele wurden mit denselben Parametern berechnet: die Anzahl der Iterationen lag bei 50, die Lernrate reduzierte sich mit der Anzahl der Epochen von 1 auf 0.001. Die Tatsache, dass alle Berechnungen mit gleichen Parametern möglich waren zeigt, dass diese Wahl für diese Art von Problemstellung relativ unkritisch ist. Die Netztopologie und ihre Gewichte ist in diesem Fall auch schon sehr genau vorgegeben – daher treten auch keine Faltungen ('Butterfly-Defekt') auf, wie sich in Anwendungen von selbstorganisierten Karten typischerweise auch auftreten können [Brenner 1994].

Allerdings muss festgehalten werden, dass das Verfahren nicht deterministisch ist, d.h. bei Wiederholungsläufen des Algorithmus werden (aufgrund der Zufallsauswahl der Neuronen zu Beginn) nicht identische Ergebnisse erzielt. Alle Ergebnisse sind jedoch strukturerhaltend und entsprechen somit dem Aufgabenziel.

Es stellt sich heraus, dass die Kohonen Merkmalskarten sehr gut geeignet sind, räumliche Strukturen wiederzuspiegeln. Ihre Eigenschaft kommt dabei zum Tragen, dass sie sich an die vorgegebene Situation, die Reize, optimal räumlich anpassen. Im Gegensatz zu einer bloßen Ausdünnung, bleiben hier die Dichteverhältnisse der ursprünglichen Situation erhalten. Bemerkenswert ist bei diesem Ansatz, dass eine vorhergehende Strukturerkennung nicht nötig ist: Die zufällige Auswahl einer Teilmenge von Objekten bildet die Neuronen, welche sich an die Reize anpassen.

Bei stark regelmäßigen Strukturen kann es allerdings vorkommen, dass diese Regelmäßigkeit verloren gehen kann: werden in einem regelmäßigen Raster zufällig Objekte entfernt, so platzieren sich die Neuronen anschließend genau dazwischen, in die Lücken. Dies bedeutet, dass beispielsweise ein Quadrat von 4x4 Gebäuden bei einer Reduktion auf 9 Gebäude sich nicht garantiert in der gewünschten Art einer 3x3-Anordnung darstellt. Dies wird nur dann erreicht, wenn eine 3x3-Topologie im Kartenraum vorgegeben wird, was durch das zufällige Selektieren der Neuronen, nicht garantiert werden kann. Die direkte Vorgabe dieser Topologie setzt eine Strukturerkennung voraus, welche diese spezielle Situation erkennt und die entsprechende Typifizierung hierfür angibt. Handelt es sich allerdings um ausgeprägte, separierte Reihen von Objekten, so werden auch diese größtenteils erhalten, wie in Abbildung 3 gezeigt wurde. Generell gilt, dass eine zufällige Objektanordnung, wie sie bei natürlichen Phänomenen üblicherweise vorliegt, mit diesem Verfahren sehr ansprechend generalisiert werden kann.

4 Zusammenfassung und Ausblick

Weitere Arbeiten konzentrieren sich auf eine Qualitätsbeurteilung des Verfahrens. Aufgrund der Zufallsauswahl der Neuronen ist sicherzustellen, dass die gesamte Fläche des Gebietes entsprechend der ursprünglichen Verteilung repräsentiert wird. In seltenen Fällen kann es vorkommen, dass die initiale Selektion auf einen Teilbereich des Raumes konzentriert ist – dann ist nicht sichergestellt, dass die Neuronen nach dem Training das vollständige Gebiet adäquat abdecken: dies aus dem Grund, da von guten Näherungswerten der Neuronen ausgegangen wird, was ihre mögliche Verschiebung einschränkt. Ein einfaches Verfahren, um die Abdeckung der Gebiete vorher und nachher zu vergleichen ist es, eine konvexe Hülle aus den Punkten vorher und nachher zu bilden und zu prüfen, ob abgedeckte Fläche jeweils nahezu identisch ist.

Bislang wurde im Verfahren davon ausgegangen, dass es sich um gleichartige und gleichbedeutende Objekte handelt. Dies muss jedoch nicht so sein. Eine unterschiedliche Bedeutung von Objekten kann realisiert werden, indem diese Objekte bei der initialen Selektion bevorzugt werden, oder indem bedeutende Objekte während des Lernvorgangs öfters „feuern“ dürfen, d.h. größere Attraktoren für die Neuronen darstellen. Nach Ablauf des Verfahrens können den Neuronen Attribute entsprechend den ursprünglichen Objekten zugewiesen werden. Hier lassen sich verschiedene Möglichkeiten denken: das Neuron erhält die Attribute des ursprünglichen Objektes, es erhält die Attribute des Objekte, das ihm am nächsten liegt, bzw. ein Mittel

der nächst-liegenden Objekte. Handelte es sich beispielsweise bei dem ursprünglichen Datenbestand um Gebäude unterschiedlichen Typs (Wohnhaus, Garage, Geschäftshaus, Industriegebäude, ...), so können diese Typen anschließend auf die eben skizzierte Art wieder zugewiesen werden.

5 Literaturverzeichnis

Anders, K.-H. & Sester, M. [2000], Parameter-Free Cluster Detection in Spatial Databases and its Application to Typification, in: `IAPRS', Vol. 33, ISPRS, Amsterdam, Holland.

Bayer, H. [1995], Über die Anwendung selbstorganisierender Karten, Doktorarbeit, Universität Stuttgart, Institut für parallele und verteilte Höchstleistungsrechner.

Brenner, C. [1994], Untersuchungen von Beurteilungskriterien und Gütemaßen für Kohonen feature maps und LVQ, Diplomarbeit, Institut für Parallele und Verteilte Höchstleistungsrechner (IPVR), Universität Stuttgart.

Doucette, P., Agouris, P., Musavi, M. & Stefanidis, A. [1999], Automatic Extraction of Linear Features from Aerial Imagery Using Kohonen Learning and GIS Data, in: `Integrated Spatial Databases - Digital Images and GIS, International Workshop ISD'99', Portland, Maine, USA, Seiten 20-33.

Kohonen, T. [1982], `Self-Organized Formation of Topologically Correct Feature Maps', Biological Cybernetics 42, 59-69.

Müller, J. & Wang, Z. [1992], `Area-patch generalisation: a competitive approach', The Cartographic Journal 29, 137{144.

Regnauld, N. [1996], Recognition of Building Clusters for Generalization, in Kraak, M. & Molenaar, M., Hrsg. [1996], Advances in GIS Research, Proc. of 7th Int. Symposium on Spatial Data Handling (SDH), Vol. 1, Faculty of Geod. Engineering, Delft, The Netherlands, Seiten 4B.1-4B.14.

Ritter, H., Martinetz, T. & Schulten, K. [1990], Neuronale Netze - Eine Einführung in die Neuroinformatik selbstorganisierender Netzwerke, Addison-Wesley, Bonn, München, Reading.

Rumelhard, D.E. & J.L. McClelland [1986], Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition, MIT Press, Cambridge.

Sester, M. [2001], Maßstabsabhängige Darstellungen in digitalen räumlichen Datenbeständen, Habilitationsschrift, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft 544.

Töpfer, F. [1976], `Ein Auswahlprogramm für punktförmige Objekte', Vermessungstechnik 24(11), 417-420.